

## Передмова

Хто з нас не любить змагатись? Відчути радість перемоги, спіймати захоплені погляди однокласників, почути стриману, але від цього ще більш бажану, похвалу дорослих, побачити радість і гордість в очах батьків — хіба не варто заради цього брати участь у змаганнях і намагатись перемогти! Будь-хто може знайти для себе сферу діяльності — спорт, музику, танці тощо, — де кожен у відповідності до своїх уподобань, можливостей, схильностей, здібностей може стати кращим, зможе перемогти.

Серед різноманітних змагань для школярів особливої уваги заслуговують конкурси і змагання з різних предметів. Насамперед, вони загальнодоступні, зацікавлюють учнів до навчальних дисциплін і відповідних розділів науки, природознавства, техніки, а це допомагає сформувавши вибір майбутньої професії. І, що вкрай важливо, в таких конкурсах не буває тих, хто зазнає поразки. Адже, якщо навіть учасник змагань не став переможцем або призером, він переміг себе — свою інертність, лінощі, байдужість, отримав безцінний для становлення особистості досвід, набув нових знань.

Окрім традиційних шкільних олімпіад різного рівня, в останні роки стають популярними математичні конкурси, які відрізняються від олімпіад змістом та умовами проведення. Вони відкриті для всіх охочих, а незвичність завдань, їх цікавість робить ці конкурси численними.

Одним з таких нетрадиційних змагань є математичний конкурс «Золотий ключик». Його проводить, починаючи з 1997 року, Центр математичної і комп'ютерної освіти МІОТ разом з відкритим математичним коледжем (ВМК) Донецького національного університету. В ньому беруть участь учні 4–9 класів. Спочатку він проводився для учнів Донецької області, згодом вийшов за її межі, і його учасниками стали учні практично з усіх областей України, і врешті «Золотий ключик» офіційно набув статусу Всеукраїнського у відповідності з наказом міністра освіти та науки України.

Конкурс «Золотий ключик» є відкритим. Кожен учень 4–9 класів може безкоштовно взяти в ньому участь. Конкурс складається із заочного й очного турів. Заочний тур починається взимку і триває два

місяці. Очний тур зазвичай проходить у березні і є одночасно репетицією до Міжнародного математичного конкурсу — «Кенгуру», що в Україні проводиться з 1997 року.

На очний тур запрошують усіх учнів, які виявили в заочному турі кмітливість, винахідливість, працьовитість і, звичайно, знання математики. Призерів очного туру нагороджують дипломами і подарунками в день проведення конкурсу, а також їм надають пільги у навчанні в ВМК. В останні роки, поряд з основним очним туром, проходять регіональні очні тури на базі шкіл, учні яких брали активну участь у конкурсі.

Завдання як заочного, так і очного турів складаються з двох частин. Розв'язок завдань першої частини зводиться до вибору правильної відповіді з декількох запропонованих. Серед наведених відповідей тільки одна є правильною. Друга частина завдань складається із «звичайних» задач, хоча більшість з них нестандартні. Їхній розв'язок оформляється за звичними для шкіл правилами, тобто з усіма необхідними поясненнями й обґрунтуваннями.

На думку багатьох учасників, конкурс приносить задоволення від розв'язання цікавих і нестандартних задач, підсилює інтерес до математики, підвищує рівень їхньої математичної підготовки. А щодо нагород, дипломів, заохочень, то в цьому конкурсі вони теж є.

Головною привабливістю конкурсу є його завдання. Вони різноманітні за складністю і змістом. Більшість з них не вимагають спеціальної підготовки, а розраховані на кмітливість та ініціативу при їх розв'язанні. Значна частина завдань пов'язана з практичними ситуаціями.

Упорядники посібника намагалися, щоб певна кількість завдань була приділена практичному застосуванню математики. Слід також зазначити, що значна кількість задач не є оригінальними, основні ідеї, покладені в їх основу, запозичені з таких періодичних видань, як «Квант», «Математика», «Математика в школі», «У світі математики», а також з іншої літератури «олімпіадної» тематики, й адаптовані для конкурсу.

Для багатьох учнів з участі в конкурсі розпочинається навчання математики в Східноукраїнській заочній математичній школі (СУЗМШ) — заочному відділенні ВМК. Програма навчання у СУЗМШ і ВМК для 6–9 класів містить теми, спрямовані не лише на підвищення математичної підготовки учнів, але і на їхній розвиток.

Велику допомогу в проведенні конкурсу надають вчителі шкіл. Завдяки їм учні отримують інформацію про конкурс, завдання заочного туру, і навіть доставку робіт часто забезпечують саме вчителі. Деякі вчителі на базі матеріалів конкурсу організують позакласну роботу, яка сприяє підготовці до конкурсу. Звичайно, головний тягар в організації конкурсу лягає на плечі викладачів, співробітників математичного факультету Донецького національного університету, Центру математичної і комп'ютерної освіти МІОТ, студентів математичного факультету. Завдяки їм конкурс процвітає і виконує неабияку роль у формуванні в учнів цікавості до математики.

Матеріали конкурсу регулярно публікуються. У 2005 році оргкомітет Міжнародного математичного конкурсу «Кенгуру» видав посібник з матеріалами «Золотого ключика» за попередні роки як приз для переможців конкурсу «Кенгуру».

У даному посібнику наведено завдання заочного й очного турів конкурсу «Золотий ключик» за 2006 рік. Тексти завдань за 1997–2004 роки вміщено в посібнику «Математичний конкурс «Золотий ключик». — Львів: Каменяр, 2004».

Посібник призначено для учнів 4–9 класів, а також для вчителів математики. Школярі зможуть використати посібник для підготовки до математичних олімпіад і конкурсів, зокрема до конкурсів «Золотий ключик» і «Кенгуру». Вчителі математики зможуть скористатися посібником для проведення математичних змагань у навчальних закладах, для організації позакласної роботи з математики.

У посібнику наведено відповіді, вказівки та розв'язки задач. Упорядники сподіваються, що робота з посібником буде корисною і цікавою як для учнів, так і для учителів.



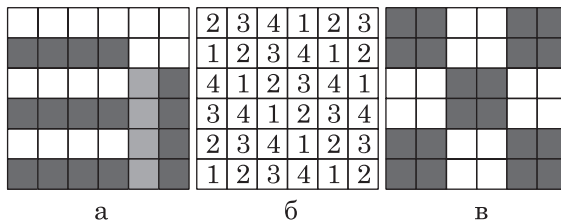
гій — дві точки, а на третій — три точки. Тобто кожен кубик дасть 6 точок на поверхні великого куба. А 8 кубиків дадуть  $6 \times 8 = 48$  точок. ■

**Відповідь: А. 48.**

**11.** Будь-яка діагональ опуклого чотирикутника  $ABCD$  розбиває його на два трикутники. Застосуємо до кожного з трикутників  $ABC$ ,  $ADC$ ,  $ABD$  і  $CBD$  нерівність трикутника:  $AB + BC > AC$ ;  $AD + CD > AC$ ;  $AB + AD > BD$ ;  $BC + CD > BD$ . Додавши ці нерівності почленно, одержимо:  $2(AB + BC + CD + AD) > 2(AC + BD)$ . Отже, сума довжин діагоналей чотирикутника менша від його периметра. ■

**12.** Наведений нижче рис. а показує, що 8 прямокутників можна розмістити належним чином. Для доведення того, що неможливо розмістити більше ніж 8, розфарбуємо квадрат у чотири кольори так, щоб будь-який прямокутник розміщувався на чотирьох клітинках, зафарбованих у різні кольори (див. рис. б). Клітинок, що мають колір № 4, буде тільки 8, тому можна розмістити не більше восьми прямокутників.

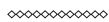
Інший варіант доведення — розфарбування квадрата в два кольори (див. рис. в). При такому розфарбуванні будь-який прямокутник розміститься на двох чорних і двох білих клітинках. Але при такому розфарбуванні чорних клітинок — 20, а світлих — тільки 16, тому більше восьми прямокутників у даному квадраті розмістити неможливо. ■



**13.** Коренями даних рівнянь є числа  $\frac{2006}{m}$  і  $\frac{m}{2006}$  відповідно.

$$\frac{2006}{m} = \frac{m}{2006} \Leftrightarrow m^2 = 2006^2 \Leftrightarrow m = \pm 2006. \blacksquare$$

**14.** Якщо збрехав тільки один з них, то або всі вони хлопчики (що неможливо), або серед дітей дві дівчинки й один хлопчик. Оскільки Дмитрик — хлопчик, то Саша — дівчинка. ■

**Зміст**

<b>Передмова</b> .....	3
<b>Завдання заочного туру конкурсу</b> .....	6
4 – 5 класи .....	6
6 – 7 класи .....	11
8 – 9 класи .....	16
<b>Завдання очного туру конкурсу</b> .....	21
4 клас .....	21
5 клас .....	23
6 клас .....	25
7 клас .....	27
8 клас .....	29
9 клас .....	32
<b>Розв'язки завдань заочного туру конкурсу</b> .....	34
4 – 5 класи .....	34
6 – 7 класи .....	39
8 – 9 класи .....	45
<b>Розв'язки завдань очного туру конкурсу</b> .....	55
4 клас .....	55
5 клас .....	57
6 клас .....	59
7 клас .....	61
8 клас .....	63
9 клас .....	66